Thème : Description d'un mouvement.
TP C13 : Mouvement dans un champ de gravitation – Lois de Képler
(version élèves)

Mouvement dans un champ de gravitation.
Mouvement des satellites et des planètes. Orbite. Lois de Kepler. Période de révolution. Satellite géostationnaire.

Capacité numérique : Exploiter, à l'aide d'un langage de programmation, des données astronomiques ou satellitaires pour tester les deuxième et troisième lois de Kepler.

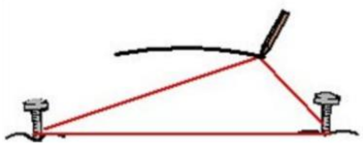
Problématique 1 : La comète de Halley tourne-t-elle autour du Soleil ?

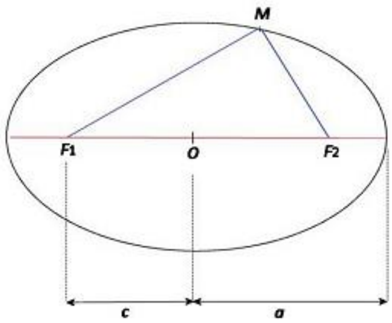
Nous énoncerons les 3 lois de Kepler et les vérifier dans le cas de la comète de Halley, puis nous vérifierons que la comète de Halley appartient au Système Solaire.
La comète de Halley est passée au plus près du Soleil (périhélie), le 09 février 1986. Sa période de révolution est de 76 ans.

Source :D'après jeanlouisfritsch

1. Première loi de Képler.

Une **ellipse de foyers F1 et F2** est l'ensemble des points M d'un plan tels que **$MF_1 + MF_2$ = constante = 2a** (où a est le demi grand axe de l'ellipse).
Le rapport $\frac{c}{a}$ est appelé excentricité e)





Activité d'introduction : A l'aide d'un crayon papier et d'un fil, dessiner une ellipse de demi grand axe 8,0 cm et d'excentricité e = 0,6. Quelle serait la figure obtenue pour une excentricité égale à 0 ?

a. Sur la reproduction agrandie de la trajectoire fournie en annexe est déjà placé un foyer, tracer le grand axe et placer le second foyer.
b. Une unité astronomique vaut $1{,}50 \times 10^{11}$ m. Le demi-grand axe de l'orbite de la comète de Halley est égal à 17,9 U.A.
Mesurer le demi grand axe a à la règle. Déterminer l'échelle utilisée pour le schéma (1 cm pour …. U.A).
c. Déterminer la valeur de l'excentricité de l'ellipse décrit par la comète de Halley.
d. En choisissant deux dates différentes, vérifier que les points correspondant appartiennent à une ellipse dont l'un des foyers est S, centre du Soleil en appliquant la condition suivante : **$MF_1 + MF_2$ = constante = 2a**
e. Enoncer alors la 1ère loi de Kepler pour la comète de Halley.
f. En étudiant les dates sur la reproduction de l'orbite de la comète de Halley, montrer que le mouvement de la comète de Halley n'est pas uniforme ?

2. Deuxième loi de Képler. (Loi des aires).

a. Construire deux aires balayées qui ne se chevauchent pas, pendant une même durée (**20 ans**) par le rayon vecteur reliant le centre du Soleil au centre de la comète.
Découper ces aires.
A l'aide d'une balance !, comparer ces aires.
b. Énoncer la 2ème loi de Kepler.

3. <u>Troisième loi de Képler</u>.

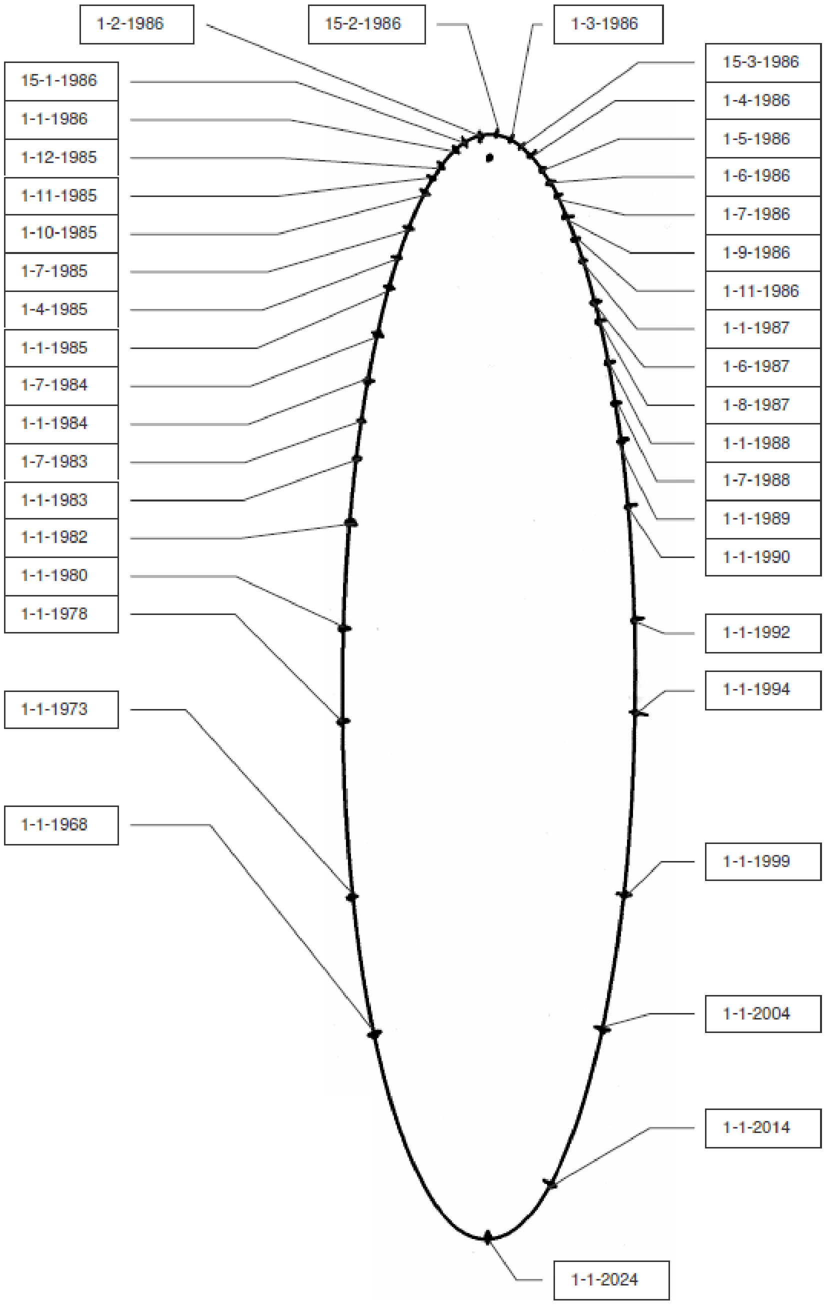
a. A partir des valeurs relatives à la Terre, calculer le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ en (année^2 / U.A.^{3}) puis en (s^2 / m^3)
T étant la période de révolution autour du Soleil et *r* le rayon moyen de l'orbite du centre de la Terre autour du Soleil.

b. Énoncer la 3ème loi de Kepler pour un corps céleste ayant une orbite elliptique de demi-grand axe *a*.

c. Calculer la constante $\frac{T^2}{r^3}$ dans les 2 unités précédentes pour la comète de Halley, sachant que sa période est de 76 ans.

d. La comète de Halley tourne-t-elle autour du système solaire ?

e. En quelle année, la comète de Halley repassera-t-elle au périhélie ?



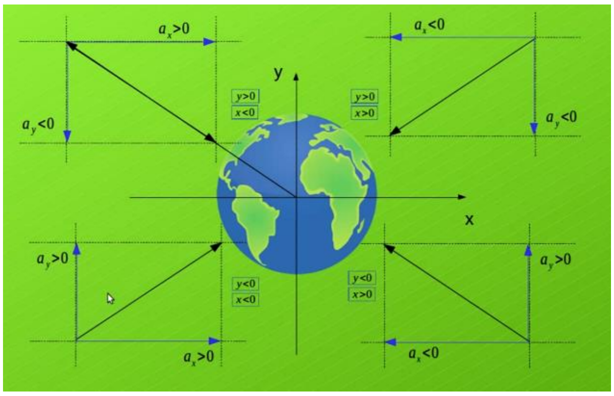
Problématique 2 : Montrer à l'aide d'un langage de programmation, que la trajectoire d'une planète est une ellipse.

Vidéo à regarder avant le TP : https://www.youtube.com/watch?v=_hAAyAJMlMI (40 min 35 s)

Ouvrir Spyder et copier le programme donné sur la page suivante.
Exécuter le programme qui permettra de tracer une portion de la trajectoire d'un satellite autour de la Terre.

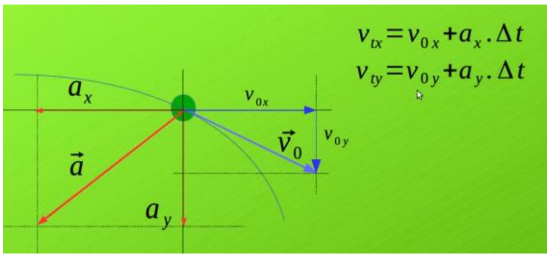
Questions préalables sur le principe du programme.

Document 1 : Représentation de l'accélération normale.



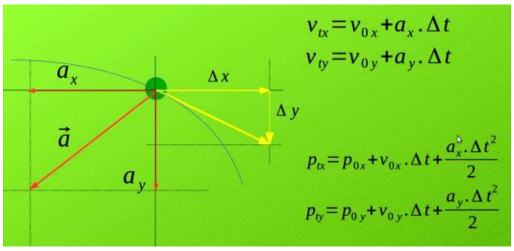
1. Justifier les signes des projections sur les axes de l'accélération normale que subit le satellite.
2. Donner l'expression de la norme (valeur, intensité) de l'accélération normale.

Document 2 : Représentation du vecteur vitesse.



3. Justifier les expressions des coordonnées v_{xt} et v_{yt} de la vitesse à une date t.

Document 3 : Expressions des coordonnées de la position du satellite.



4. Justifier les expressions des coordonnées p_{xt} et p_{yt} de la position du satellite à une date t.

Programme :

```
from math import sqrt, sin, cos, tan, atan, pi, asin
import matplotlib.pyplot as plt

# les constantes physiques
G = 6.67e-11          # constante de gravitation universelle
MasseTerre = 6e24     # Masse de la Terre

# position initiales x et y
p0x = 3e7
p0y = 2e7
# vitesses initiales x et y
v0x = 100
v0y = 0


x = [p0x]
y = [p0y]


Dt = 0.1

for n in range(0,25000):
   #distance au centre de la Terre // Pythagore
   R = sqrt(p0x**2 + p0y**2)

   #accélération de gravitation (pesanteur)
   a = G * MasseTerre / (R**2)


   # distance au centre de la Terre // Pythagore
   R = sqrt(p0x**2 + p0y**2)

   # accélération de gravitation (pesanteur)
   a = G * MasseTerre / (R**2)

   # cas particuliers
   if (p0x == 0):
      ax = 0
      ay = a
      if (p0y ==0):
         ay = 0
         ax = a

   if (p0x != 0) and (p0y !=0):
      alpha = abs(asin(p0y/R)) # ou alpha = (atan(p0y/p0x))
      ax = a * cos(alpha)
      ay = a * sin(alpha)

   # tenir compte du signe de l'accélération
   if (p0x > 0) and (p0y > 0):
      ax = -ax
      ay = -ay

   if (p0x > 0) and (p0y < 0):
      ax = -ax
      ay = +ay #ne sert à rien

   if (p0x < 0) and (p0y > 0):
      ax = +ax #ne sert à rien
```

```
        ay = -ay

    if (p0x < 0) and (p0y < 0):
        ax = +ax #ne sert à rien
        ay = +ay #ne sert à rien


    vtx = v0x + ax * Dt
    vty = v0y = ay * Dt

    ptx = p0x + (v0x * Dt) + (ax * Dt**2) / 2
    pty = p0y + (v0y * Dt) + (ay * Dt**2) / 2

    p0x = ptx
    p0y = pty

    v0x = vtx
    v0y = vty

    x.append(ptx)
    y.append(pty)

plt.plot(x,y)
plt.show()
```

<u>Questions sur le programme</u>.

1. Dans les lignes 5 à 20, quelles sont les unités utilisées pour les différentes grandeurs utilisées ?
2. Quelle la norme de la vitesse du satellite en km.h^{-1}.
3. D'après les valeurs utilisées dans les conditions initiales, à quelle distance du centre de la Terre le satellite se situe-t-il à t = 0 ? Sachant que la terre a un rayon moyen R_T = 6 380 km, en déduire l'altitude h (km) de ce satellite.
4. A quoi servent les lignes **16 et 17** ? (vidéo 33 min – 34 min).
5. Quel est l'intérêt graphique de réduire la valeur de l'intervalle de temps Dt (**ligne 20**) (vidéo 36 min 38 min) ?
6. Afin d'avoir une portion plus longue de la trajectoire elliptique du satellite, proposer d'autres valeurs de Dt et du nombre de calculs (**ligne 20 et 22**). Afficher la portion de trajectoire correspondante. Faire une capture d'écran.
   Analyser le résultat obtenu. Conclure.